

Louvain-la-Neuve, jeudi 8 septembre 2011

Recherche UCL

Théorie des groupes mathématiques

Les thèmes de recherche de Pierre-Emmanuel Caprace (Institut de recherche en mathématiques et physique), gravitent autour de la **théorie des groupes**, un domaine des mathématiques qui formalise le concept de symétrie. Ce concept provient d'une liste d'axiomes algébriques, capturant univoquement ce qu'ont en commun les symétries de tout objet, de quelque nature qu'il soit. Ces axiomes définissent le concept de groupes, aujourd'hui omniprésent en mathématiques et dans les sciences de la nature. La théorie des groupes a donc pour objet d'étudier les groupes en tant qu'**objets algébriques**.

Un groupe est un ensemble algébrique constitué d'éléments abstraits que l'on peut multiplier entre eux, selon une loi qui est propre au groupe en question. **Dans le cadre de la bourse ERC (Conseil européen de la recherche)**, Pierre-Emmanuel Caprace va s'attacher à l'analyse de groupes, et plus précisément des **groupes linéaires**.

Dans ce domaine des mathématiques pures, décrire tous les groupes est impossible : il y en a trop. Certaines familles de groupes sont toutefois plus importantes que d'autres. Ainsi, les **groupes simples** sont ceux qui ne peuvent pas être décomposés en groupes plus petits, à l'instar des nombres premiers en arithmétique. Les **groupes linéaires** sont quant à eux ceux qui peuvent être représentés fidèlement au moyen du calcul matriciel.

Le projet de Pierre-Emmanuel Caprace constitue en quelque sorte un **programme d'exploration** de la ligne frontière qui sépare les groupes linéaires de ceux qui ne le sont pas. Autre but : déterminer dans quelle mesure **la classification des groupes simples finis** peut s'étendre à des groupes infinis satisfaisant une condition supplémentaire, appelée la compacité locale.

La liste complète de tous les groupes simples finis a pu être dressée à la fin du 20^e siècle. Bien que ces groupes soient en nombre infini, on peut les regrouper en un petit nombre de familles dont on dispose des descriptions détaillées. Cette classification représente un accomplissement majeur, qui met en commun les travaux de centaines de mathématiciens. Les arguments et démonstrations qui y ont mené occupent plusieurs milliers de pages ! **Les groupes linéaires** ont également fait l'objet de nombreux travaux ces dernières décennies : on a notamment mis en évidence des liens étroits, aussi exceptionnels qu'inattendus, entre les propriétés des groupes linéaires continus et celles de leurs sous-groupes discrets.

Un **aspect novateur** de ce projet scientifique est qu'il **met en relation différentes facettes de la théorie des groupes, liées à d'autres domaines des mathématiques** tels que la géométrie, l'algèbre ou encore certaines parties de l'analyse. Certains groupes concernés par le projet de Pierre-Emmanuel Caprace se trouvent également au centre de travaux récents de physique théorique, liés à la cosmologie et à la supergravité.

La genèse du projet de Pierre-Emmanuel Caprace est liée à ses travaux récents sur la structure des groupes localement compacts, ainsi que sur les groupes et espaces à courbure négative ou nulle.

INFOS PRATIQUES

Qui ? Pierre-Emmanuel Caprace, professeur à l'Institut de recherche en mathématiques et physique de l'UCL : 010 47 3163 ou 0494 34 02 47