# Examen de trigonométrie et calcul numérique

Admission UCL juillet 2009

L'examen de trigonométrie et calcul numérique se passe en deux parties :

**1. Première partie :**

Durée : de 9h30 à 11h00.

Cette partie comporte 3 questions, auxquelles vous devez répondre exclusivement sur les feuilles du questionnaire (y compris le verso). L'emploi de feuilles de brouillon est interdit. En cas de nécessité, demandez une feuille supplémentaire aux surveillants, qui vous en fourniront. L'emploi de calculettes est également interdit pour cette partie. A 11h00, les feuilles concernant cette partie doivent *obligatoirement* être remises aux surveillants.

**2. Deuxième partie:**

Durée: de 11h00 à 12h00.

Cette partie comporte une seule question (question 4), qui vous sera remise à 11h00. Pour cette question, vous pouvez utiliser une calculette (une calculette scientifique non programmable suffit), ainsi que des feuilles de brouillon (feuilles blanches, éventuellement quadrillées) de votre choix.

**Recommandations générales :**

N'oubliez pas d'inscrire vos nom, prénom et numéro d'inscription sur chaque feuille utilisée.

Les précisions sur les questions sont à poser aux responsables de cet examen: Mr D. Flandre et P. Van Dooren, qui circuleront dans les différents auditoires. En cas de nécessité, faites-les appeler par les surveillants.

La résolution des questions ne requiert que l'utilisation des formules de base, rappelées ci-dessous. Toute autre formule utilisée sera explicitée, et les éléments de sa démonstration seront indiqués.

**Formules de base de la trigonométrie :**

La formule fondamentale :

$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

Formules donnant :

sin (-a), cos (-a), tg (-a); sin ($\pi$±a), cos ($\pi$±a), tg ($\pi$±a),

sin ($\pi$/2±a), cos ($\pi$/2±a), tg ($\pi$/2±a),

sin (a±b), cos (a±b), tg (a±b), sin 2a, cos 2a, tg 2a; 1 ± cos 2a,

sin a, cos a, tg a en fonction de tg a/2.

produits et sommes de cos, sin et tg.

Les transformations de a cos x + b sin x en E cos (x+p).

Les relations entre les angles et côtés d'un triangle rectangle et d'un triangle quelconque (règles des sinus et règles en cosinus).

**Trigonométrie et calcul numérique** Admission UCL juillet 2009

| Nom : |
|---|
| Prénom : |
| N° : |

**Question 1 :**

Soit un triangle ABC rectangle en A. On désigne par h la hauteur AH, par p = CH et q = BH les projections des côtés b et c sur l'hypoténuse.
1) Représentez graphiquement le problème.
2) Si a et B sont donnés, comment calculer p, q, h et la surface S ? (Donnez les étapes intermédiaires de calcul.)

**Trigonométrie et calcul numérique** Admission UCL juillet 2009

Nom :
Prénom :
N° :

**Question 2 :**

On donne l'équation en x suivante : $(\sin a + \sqrt{3} \,.\, \cos a - \sqrt{2} - 1) \,.\, x^2 + x - 0{,}25 = 0$.

Pour quelles valeurs de a, les solutions de cette équation sont–elles réelles et distinctes ?

**Trigonometrie et calcul numérique**    Admission UCL juillet 2009

| Nom : |
|---|
| Prénom : |
| N° : |

---

**Question 3 :**

Pour les affirmations suivantes, cochez quelle affirmation est vraie.

- Dans un quadrilatère, la somme des angles est égale à

  270° ☐    360° ☐    540° ☐

- Dans l'intervalle –π < x < π , l'équation $4\sin^3 x = \sin x$ possède

  3 solutions ☐    4 solutions ☐    5 solutions ☐

- L'expression $\cos^4 x - \sin^4 x$ est identiquement égale à

  $\cos 2x$ ☐    $\sin 2x$ ☐    $\sin x \cos x$ ☐

- Si dans un triangle ABC, les côtés a, b et c (opposés aux angles respectifs A, B et C) satisfont $a^2 - 2b^2 - c^2 = 0$ , alors

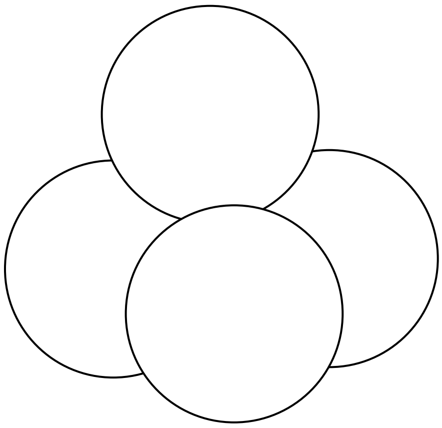
  A < 90° ☐    A = 90° ☐    A > 90° ☐

**Trigonométrie et calcul numérique** Admission UCL juillet 2009

Nom :
Prénom :
N° :

**Question 4 :**

On forme une pyramide avec quatre ballons d'un mètre de diamètre, de façon à ce que chaque ballon touche les trois autres. Vu en perspective cela donne :



On vous demande de trouver la hauteur totale de cette construction et de résoudre les étapes intermédiaires suivantes.

1/ Quelle forme obtenez-vous si vous reliez les centres des ballons ?

2/ Calculez la longueur des arêtes et la hauteur de cette forme à 0,1 m près. Indiquez les valeurs intermédiaires de vos calculs sur un croquis.

3/ A quelle hauteur se trouve le sommet du ballon supérieur, à 0,1 m près ?

## Examen de trigonométrie et calcul numérique UCL, septembre 2009

L'examen de trigonométrie et calcul numérique se passe en deux parties :

**1. Première partie :**

Durée : de 9h30 à 11h00.

Cette partie comporte 3 questions, auxquelles vous devez répondre exclusivement sur les feuilles du questionnaire (y compris le verso). L'emploi de feuilles de brouillon est interdit. En cas de nécessité, demandez une feuille supplémentaire aux surveillants, qui vous en fourniront. L'emploi de calculettes est également interdit pour cette partie. A 11h00, les feuilles concernant cette partie doivent *obligatoirement* être remises aux surveillants.

**2. Deuxième partie:**

Durée: de 11h00 à 12h00.

Cette partie comporte une seule question (question 4), qui vous sera remise dès que vous avez rendu les feuilles de la première partie (au plus tard à 11h00). Pour cette question, vous pouvez utiliser une calculette (une calculette scientifique non programmable suffit), ainsi que des feuilles de brouillon qui vous seront fournies.

**Recommandations générales :**

N'oubliez pas d'inscrire vos nom, prénom et numéro d'inscription sur chaque feuille utilisée.

Les précisions sur les questions sont à poser aux responsables de cet examen: Mr D. Flandre et P. Van Dooren, qui circuleront dans les différents auditoires. En cas de nécessité, faites-les appeler par les surveillants.

La résolution des questions ne requiert que l'utilisation des formules de base, rappelées ci-dessous. Toute autre formule utilisée sera explicitée, et les éléments de sa démonstration seront indiqués.

**Formules de base de la trigonométrie :**

La formule fondamentale :

$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

Formules donnant :

sin (-a), cos (-a), tg (-a); sin ($\pi$±a), cos ($\pi$±a), tg ($\pi$±a),

sin ($\pi$/2±a), cos ($\pi$/2±a), tg ($\pi$/2±a),

sin (a±b), cos (a±b), tg (a±b), sin 2a, cos 2a, tg 2a; 1 ± cos 2a,

sin a, cos a, tg a en fonction de tg a/2.

produits et sommes de cos, sin et tg.

Les transformations de a cos x + b sin x en E cos (x+p).

Les relations entre les angles et côtés d'un triangle rectangle et d'un triangle quelconque (règles des sinus et règles en cosinus).

**Trigonométrie et calcul numérique** Admission UCL septembre 2009

Nom :
Prénom :
N° :

---

**Question 1 :**

Pour quelles valeurs de $x$, l'équation suivante est-elle vérifiée dans l'intervalle ] -π, π [ :

$$8\,.\sin^3 x - \sin 3x \leq 0$$

**Trigonométrie et calcul numérique** Admission UCL septembre 2009

| |
|---|
| Nom :<br>Prénom :<br>N° : |

**Question 2 :**

Dans le triangle ABC, rectangle en A, tracez

- h, la hauteur AH (où H est le point d'intersection de cette hauteur avec BC),
- AD, la bissectrice à l'angle défini en A par le triangle BAH (D est son point d'intersection sur BH et définit le segment DH de longueur p)
- AE, la bissectrice à l'angle défini en A par le triangle CAH (E est son point d'intersection sur CH et définit le segment EH de longueur q).

Démontrez ensuite comment arriver à

- une expression de h en fonction de la longueur de l'hypoténuse a (du triangle ABC) et des angles B <u>et</u> C ;
- des expressions de p et q en fonction de la hauteur h et des angles B/2 et C/2 ;
- l'expression suivante : $p+q=a.\sqrt{8}.\sin\frac{B}{2}.\sin\frac{C}{2}$

**Trigonométrie et calcul numérique** Admission UCL septembre 2009

Nom :
Prénom :
N° :

---

**Question 3 :**

Ci-dessous, indiquez chaque fois laquelle des trois affirmations est la vraie.

- Dans tout l'intervalle $3\pi/4 < x < 5\pi/4$, la fonction $f(x) = ½ + \cos x$ satisfait

  $-1 < f(x) < 0$ ☐ $0 < f(x) < ½$ ☐ $½ < f(x) < 1$ ☐

- Dans l'intervalle $0 < x < \pi$, la fonction $\dfrac{\cos x}{\sin x} - \dfrac{\sin x}{\cos x}$ change de signe exactement

  2 fois ☐ 3 fois ☐ 4 fois ☐

- L'expression $\cos 2x \cos x - \sin 4x \sin x$ est identiquement égale à

  $\cos 3x \cos 2x$ ☐ $\cos 3x \sin 2x$ ☐ $\sin 3x \cos 2x$ ☐

- Si dans un triangle ABC, avec côtés a, b et c et aire S, l'angle A inscrit entre b et c est obtus, alors

  $2S < bc$ ☐ $2S = bc$ ☐ $2S > bc$ ☐

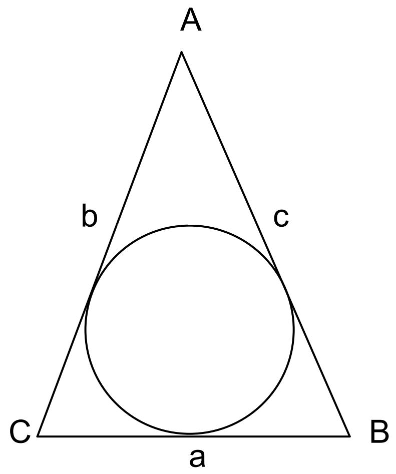
**Trigonométrie et calcul numérique** Admission UCL septembre 2009

| |
|---|
| Nom : |
| Prénom : |
| N° : |

---

**Question 4 :**

Etant donné un triangle isocèle ABC avec base a=2 mètres et l'angle A connu, on y insère un cercle de rayon R maximal comme ci-dessous




1/ Donnez le rayon R du cercle inscrit en fonction de l'angle A. Calculez ce rayon à 0,1m près, pour A=35°.

On place ensuite un deuxième cercle de rayon r maximal au-dessus du premier. Indiquez-le sur le croquis.

2/ Donnez le rayon r du cercle inscrit en fonction de l'angle A. Calculez ce rayon à 0,1m près, pour A=25°.

3/ Donnez le rapport des surfaces des deux cercles en fonction du demi angle A/2. Pour quelle valeur de A/2 la surface du grand cercle est-elle le double de la surface du petit cercle ?.Calculez cet angle A/2 à 0,1° près.

Indiquez les paramètres intermédiaires utilisés sur votre croquis.