

Question 3 : (25%)

Un tétraèdre est un polyèdre qui possède 4 faces triangulaires, 6 arêtes et 4 sommets. En d'autres termes, le tétraèdre est une pyramide à base triangulaire.

Un tétraèdre équilatéral est un tétraèdre dont les 4 faces sont des triangles équilatéraux. De façon équivalente, un tétraèdre équilatéral est un tétraèdre dont les 6 arêtes ont la même longueur.

On considère un tétraèdre T , équilatéral de côté a . On note ses quatre sommets V_1 , V_2 , V_3 et V_4 . On considère le plan Π contenant les sommets V_1 , V_2 , et V_3 .

1. Calculez h , la distance du point V_4 au plan Π .
2. On considère un plan Π' parallèle à Π qui coupe les arêtes V_1V_4 , V_2V_4 et V_3V_4 du tétraèdre T en trois points, respectivement V_{14} , V_{24} et V_{34} . Le plan Π' est situé à une distance d du point V_4 . Soit A l'aire du triangle $V_1V_2V_3$. Calculez l'aire A' du triangle $V_{14}V_{24}V_{34}$ en fonction de d , h et A .
3. Trouvez d , fonction de h , pour que le plan divise le tétraèdre en deux volumes égaux.

Note 1 : Les trois parties de cette question peuvent être résolues indépendamment. Il est donc possible de résoudre, par exemple, la partie 3 sans avoir résolu les deux autres. Néanmoins, la solution à la partie 3 de la question peut être trouvée rapidement grâce au résultat de la partie 2.

Note 2 : Dans la partie 2, **on ne demande pas** de calculer A .

Note 3 : On vous demande de séparer les réponses aux trois parties de la question par une ligne horizontale. On vous demande en outre d'entourer clairement vos réponses.

Question 4 : (25%)

On considère un cercle fixe C et un point fixe P de sa circonférence. On fait pivoter un angle de grandeur constant autour de P . Cet angle intersecte le cercle C en deux points A et B . On construit ensuite un parallélogramme $PAMB$.

1. Trouvez et dessinez le lieu du point M .
2. Expliquez votre démarche à l'aide d'un dessin clair et précis.

Question 3 : (25%)

Un tétraèdre est un polyèdre qui possède 4 faces triangulaires, 6 arêtes et 4 sommets. En d'autres termes, le tétraèdre est une pyramide à base triangulaire.

Un tétraèdre équilatéral est un tétraèdre dont les 4 faces sont des triangles équilatéraux. De façon équivalente, un tétraèdre équilatéral est un tétraèdre dont les 6 arêtes ont la même longueur.

On considère un tétraèdre T , équilatéral de côté a . On note ses quatre sommets V_1, V_2, V_3 et V_4 . On note V_{ij} le point milieu de l'arête reliant le sommet V_i au sommet V_j .

1. Dessinez T en y faisant figurer les sommets V_1, V_2, V_3, V_4 et les 6 points milieux V_{ij} ,
2. Calculez le volume de T en fonction de a ,
3. Démontrez que les points V_{23}, V_{13}, V_{14} et V_{24} sont coplanaires et que la figure plane P qu'ils forment en les reliant est un losange,
4. On effectue une coupe du tétraèdre T par le plan passant par les points V_{23}, V_{13}, V_{14} et V_{24} . Ce plan sépare le tétraèdre en deux régions R_1 et R_2 . Calculez les volumes de R_1 et de R_2 .

Note 1 : Les parties 3 et 4 de la question 3 peuvent être résolues en utilisant la géométrie analytique mais les calculs sont assez longs. Raisonner en terme d'arguments géométriques permet de résoudre les parties 3 et 4 en quelques lignes.

Note 2 : On vous demande de séparer les réponses aux 4 parties de la question par une ligne horizontale. Pour les parties 2 et 4, entourez clairement vos réponses.

Question 4 : (25%)

On donne dans le même plan un point fixe F et un cercle fixe de centre O et de rayon R . Par F , on mène une droite qui coupe le cercle en deux points A et B . Cette droite pivote autour de F . On demande :

1. Le lieu du point M , milieu du segment AF ,
2. Le lieu du point N , milieu du segment AB .

Question 3 : (25%)

On considère un cône de hauteur H et dont la base est un cercle de rayon R .

- 1) Quel est le rayon maximal r d'une sphère complètement incluse dans le cône.
- 2) Quelle est la taille c du côté du cube de volume maximal inclus dans le cône et dont une des faces repose sur la base du cône.

On demande d'exprimer r et c comme des fonctions de H et R . Il est conseillé de s'aider d'un dessin.

Question 4 : (25%)

Soit un triangle ABC , on vous demande de déterminer le lieu du point d'intersection des bissectrices intérieures aux angles A et B si le côté AB est fixe et l'angle C constant.

Expliquez votre raisonnement en vous aidant d'un dessin clair (i.e. propre) et précis.