

**Géométrie analytique : Juillet 2010.**



**Question 1**

Dans le plan  $xy$ , donnez l'équation cartésienne de la parabole dont l'axe de symétrie est parallèle à l'axe  $x$ , dont l'abscisse du sommet est  $x=-1$ , qui passe par l'origine  $o$  et qui, en  $o$ , est tangente à la droite d'équation  $x=y$ .



**Question 2**

Soit le plan  $P$  d'équation cartésienne  $3x + 2y + z = 0$ . Soient les points  $p_1$  et  $p_2$  de coordonnées cartésiennes  $(0,0,0)$  et  $(1,1,2)$ , respectivement. Les droites  $D_1$  et  $D_2$  sont toutes deux perpendiculaires à  $P$  et passent par  $p_1$  et  $p_2$ , respectivement. Calculez la distance entre ces droites ?



**Question 1**

Les équations cartésiennes de deux paraboles sont données par  $y=x^2$  et  $y=(x-b)^2+a$ . Trouvez  $b$  pour que les deux paraboles se croisent en formant un angle droit (les tangentes aux paraboles au point d'intersection forment un angle droit), d'abord pour  $a=0$  ensuite pour  $a=1$ . Dans le deuxième cas, le résultat peut être présenté sous une forme non simplifiée (quoique la plus simple possible).



**Question 2**

Soit le cercle dont l'équation cartésienne est donnée par  $(x-R)^2+(y-R)^2=R^2$ . On imagine une droite D passant par l'origine et ayant deux points d'intersection avec le cercle et l'on prend le point P situé au milieu de ces deux points (la position du point P dépendra bien-entendu de la pente  $\alpha$  de D). Donnez l'équation cartésienne du lieu des points P qui répondent à la définition ci-dessus ( $\alpha$  n'apparaît pas dans la réponse !). A quelle forme géométrique précise ce lieu correspond-il ?

**Question 1**

Dans le plan  $XY$ , soient les points  $P_1$  et  $P_2$  de coordonnées respectives  $(-1,0)$  et  $(1,0)$ .

Soit  $C_1$  le lieu des points dont la somme des distances à  $P_1$  et  $P_2$  est 4.

Soit  $C_2$  le lieu des points dont la différence des distances à  $P_1$  et  $P_2$  est  $\pm 1$ .

Avec quel angle ces deux lieux se coupent-ils ? Justifiez votre réponse en détail.

Indications :

- 1) Déterminez à quels types de courbes  $C_1$  et  $C_2$  appartiennent.
- 2) Donnez les équations cartésiennes de  $C_1$  et  $C_2$ .
- 3) L'angle avec lequel deux courbes se coupent est l'angle que forment leurs tangentes au point d'intersection des courbes.

La réponse correcte aux points 1 et 2 ci-dessus donne droit à au moins 15 points sur 25.

**Question 2**

Soit le système de coordonnées cartésiennes  $(x,y,z)$  dans l'espace. Soit  $Q$  le point de coordonnées  $(x,y,z)=(1,2,3)$ . Soit  $\alpha$  le plan d'équation cartésienne  $x+2y+z=1$ . Soit le vecteur  $V=(3,2,1)$ . Soit la droite  $d$  qui passe par  $Q$  et qu'elle est parallèle à  $V$ . Donnez les coordonnées du point de percée  $R$  de la droite  $d$  dans le plan  $\alpha$ . Exprimez les coordonnées à l'aide de fraction entières simplifiées.

Si vous utilisez une formule toute faite pour ce problème, il est impératif de la justifier (10 points sur 25 pour la justification).