

UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES
Examen d'Admission

NOM :
Prénom :
Numéro :

Algèbre
Juillet 2005 - Série 1

1. Résoudre dans les réels, en discutant par rapport aux paramètres réels a et b , l'équation suivante :

$$\frac{x - a}{2} = \frac{(x - b)^2}{2x - a}$$

2. Résoudre dans les réels, l'inéquation suivante :

$$x - |5x - 2| < 0$$

3. Soit $P(z) = z^2 + pz + q$ un polynôme en z , où z appartient à l'ensemble des *complexes* et, où les coefficients p et q sont réels.

Déterminez la relation qui doit exister entre p et q pour que $P(z)$ ait une racine complexe z dont la partie imaginaire est égale à 20. Exprimez q comme une fonction de p .

4. La durée totale du croisement (*voir définitions ci-dessous*) du Thalys Bruxelles-Paris (BP) se déplaçant à une vitesse v_0 avec un premier train (PB1), deux fois moins long que BP et roulant en sens inverse à une vitesse v_1 , a été de 10 secondes.

Quelques minutes plus tard, le même train Bruxelles-Paris (BP) rencontre un second train (PB2), cette fois deux fois plus long que BP et roulant en sens inverse à une vitesse v_2 ; la durée totale de ce second croisement est de 12 secondes.

Plus tard, ce deuxième train (PB2) rattrape le premier (PB1), avant d'arriver à Bruxelles. Ils sont alors sur deux voies parallèles. Quelle sera la durée totale du dépassement du premier train (PB1) par le second (PB2)? On suppose que les trois trains roulent à vitesses constantes durant toute cette période.

Définitions :

La durée totale d'un croisement est le temps qui s'écoule entre l'instant où les deux têtes de train sont au même niveau et celui où les arrières le sont à leur tour.

La durée totale d'un dépassement est le temps qui s'écoule entre l'instant où l'avant du train le plus rapide coïncide avec l'arrière de l'autre train et celui où l'arrière du train le plus rapide arrive au niveau de l'avant de l'autre train.

UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES
Examen d'Admission

NOM :
Prénom :
Numéro :

Algèbre
Juillet 2005 - Série 2

1. Résoudre dans les réels, en discutant par rapport au paramètre réel a , l'équation :

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = a$$

2. Résoudre dans les complexes, l'équation

$$z^2 = z(2i - 1) + 2i$$

Exprimez votre réponse sous la forme $a + ib$.

3. Résoudre, dans les nombres réels, le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x - |y + 1| = 1 \\ x^2 + y = 10 \end{cases}$$

4. Michel part du point A vers le point B au même instant où Charles part du point B vers le point A. Ils marchent à vitesses constantes. Quand ils se croisent, Michel a parcouru 200 m de plus que Charles. Ils poursuivent leur marche sans s'arrêter, mais avec des vitesses respectives diminuées de moitié. Après leur rencontre, il faut encore 8 minutes pour que Michel arrive ainsi en B tandis qu'il faut encore 18 minutes pour que Charles arrive en A. Quelle distance y-a-t-il entre A et B et combien de temps après le départ se croisent-ils ?

UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES
Examen d'Admission

NOM :
Prénom :
Numéro :

Algèbre
Septembre 2005

1. Résoudre dans les réels, l'inéquation suivante :

$$\frac{x-2}{\sqrt{x^2-5x+6}} \leq \frac{\sqrt{x^2-3x+2}}{x-4}$$

2. Résoudre dans les complexes, l'équation

$$(2+i)z^2 - (5-i)z + (2-2i) = 0$$

Exprimez votre réponse sous la forme $a + ib$.

3. Résoudre dans les réels et discuter en fonction du paramètre réel a , le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{x-a}{3y-2a} = \frac{1}{3a^2} \\ \frac{x+a}{3y+4a} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

4. Une personne souhaite partager un certain nombre de pièces d'or entre ses enfants, de telle sorte qu' :

- elle demande au premier de prendre 1 pièce et le septième du reste ;
- elle demande ensuite au second de prendre 2 pièces d'or et le septième du reste ;
- cela fait, le troisième prend 3 pièces d'or et le septième du reste,
- et ainsi de suite jusqu'au dernier, qui prend tout le reste.

Or, le partage est heureusement réalisé de telle sorte que chacun des enfants reçoit le même nombre de pièces d'or.

Combien y avait-il de pièces d'or à partager et combien y avait-il d'enfants ?
