UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN	NOM :
ECOLE POLYTECHNIQUE	Prénom :
Examen d'Admission	Numéro :

Algèbre
Juillet 2011 - Série 1

---

1. Déterminer toutes les racines (réelles ou complexes) de l'équation complexe en z :

$$iz^2 \ + \ (5-2i)z^2 \ + \ 50 = 0$$

où i est l'unité (la particule) imaginaire (ou encore $i^2 = -1$).
(Réponse(s) sous la forme $(a+bi)$ ou (r,ϕ) au choix).

---

2. Déterminer les valeurs du paramètre <u>réel</u> m, pour que l'équation :

$$(m-2)x^4 - 2(m+3)x^2 + (m-1) = 0$$

possède 4 racines (dans $\Re$) toutes différentes de 0.

---

3. Résoudre dans $\Re$, la double inéquation suivante :

$$x^2 + 8x - 34 \ < \ 2 - x \ < \ \sqrt{2x^2+5x-3}$$

---

4. Blanche termine ses humanités et convainc ses deux soeurs, Charlotte et Maïté, de faire avec elle un job d'étudiante pendant l'été. Les trois soeurs parviennent à se faire embaucher dans un garage pour travailler comme mécaniciennes durant quatre semaines pendant l'été.

Le comptable du garage établit ensuite les factures sur base des heures prestées par les trois mécaniciennes. La première semaine, les heures facturées s'élèvent à 61 en tout, pour l'entretien de deux voitures, trois camionnettes et cinq camions. La seconde semaine le nombre total d'heures prestées s'élève à 76 pour quatre camionnettes, quatre camions et un certain nombre de voitures (le comptable ne parvient pas à lire combien sur les fiches de travail). La troisième semaine le travail se poursuit et 51 heures sont facturées pour six voitures, cinq camionnettes et un camion. Et la quatrième et dernière semaine 63 heures sont prestées par les trois soeurs pour l'entretien de quatre voitures, sept camionnettes et deux camions.

Sachant que Blanche, Charlotte et Maïté ont travaillé au même rythme pendant les quatre semaines, le comptable voudrait savoir combien de voitures ont été entretenues la seconde semaine. Par ailleurs, le chef d'atelier veut améliorer la planification du travail de son équipe et souhaite savoir combien d'heures sont nécessaires pour l'entretien d'une voiture, d'une camionnette et d'un camion. Pouvez-vous aider le comptable et le chef d'atelier ? Justifiez vos réponses.

UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN — NOM :

ECOLE POLYTECHNIQUE — Prénom :

Examen d'Admission — Numéro :

Algèbre
Juillet 2011 - Série 2

---

1. On considère l'équation que voici, dans laquelle p et q sont des paramètres complexes (et i est l'unité imaginaire) :

$$z^4 + (1-2i)z^3 + pz^2 - (1+2i)z + q = 0$$

Déterminer la condition sur p et q, c'est-à-dire le couple (p,q), de telle manière que cette équation possède une racine double (c'est-à-dire deux racines confondues) en $z = i$. Ensuite, pour le couple (p,q) ainsi obtenu, calculer les autres racines (complexes) de l'équation.

---

2. Résoudre dans $\Re$, l'équation suivante :

$$\log[\sqrt{(2x+3)}] \; + \; \frac{1}{2} \cdot \log(5x+8) \; - \; \log(7) \; = \; \frac{1}{2} \cdot \log(5)$$

---

3. Résoudre dans $\Re$, l'inéquation suivante :

$$(\frac{1}{2})^{\sqrt{x^6-2x^3+1}} \; < \; (\frac{1}{2})^{(1-x)}$$

---

4. Pendant leurs examens, Amandine et son frère Benoît se détendent régulièrement en jouant ensemble. Ce jour-là, ils choisissent un jeu coopératif et jouent trois parties consécutives (les points sont remis à zéro après chaque partie). Au terme de chaque partie, ils comptent les points de chaque joueur et constatent que :

Pour la première partie, le triple du produit de leurs points égale 24 fois la somme de leurs points.

Pour la seconde partie, le quintuple du produit de leurs points égale 24 fois la somme de leurs points.

Pour la troisième partie, le triple du produit de leurs points égale 12 fois la somme de leurs points.

Par ailleurs, ils notent qu'Amandine a gagné le même nombre de points à la première et à la troisième partie alors que Benoît a gagné le même nombre de points à la deuxième et à la troisième partie. De plus, ils constatent que le nombre de points d'Amandine à la seconde partie égale le nombre de points de Benoît à la première.

Sachant que le but d'un jeu coopératif est de maximiser la somme des points des deux joueurs, quelle a été la meilleure des trois parties ? Quels en ont été les scores ? Justifiez en donnant le détail de votre raisonnement.

UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN
ECOLE POLYTECHNIQUE
Examen d'Admission

NOM :
Prénom :
Numéro :

Algèbre
Septembre 2011

---

1. Résoudre dans $\Re$, la double inéquation suivante :

$$\frac{1}{x-1} > \frac{1}{x-5} > \frac{1}{x-3}$$

---

2. Résoudre dans $\Re$ le système suivant :

$$\begin{cases} y^{(x^2+7x+12)} \;=\; 1 \\ x \;+\; y \;=\; 6 \end{cases}$$

en détaillant bien votre raisonnement.

---

3. Pour quelle(s) valeur(s) du paramètre <u>réel</u> a, si elle(s) existe(nt), le polynôme (dans $\Re$) :

$$P(x) \;=\; \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + x + 1$$

est-il divisible par $(x-a)^2$.
Justifiez votre réponse.

---

4. Un capitaine dit à son matelot :

   1. J'ai deux fois l'âge que vous av**i**ez quand j'avais l'âge que vous avez.
   2. Et nous aurons ensemble 63 ans, lorsque vous aurez l'âge que j'ai.

Quel est l'âge du capitaine, et également celui du matelot ? Expliquez bien entendu votre raisonnement.
