Juillet 2016.

---

1. Trouvez toutes les valeurs de *x* pour lesquelles l'égalité suivante est vérifiée :

$$\sin 5x + \sin x + 2\sin^2 x = 1$$

Présentez sur le cercle trigonométrique celles appartenant à l'intervalle [-π, π[

---

2. Cochez chaque fois l'unique affirmation vraie parmi les possibilités.

Réponse juste = 1 point ; autre réponse = 0.

- Soit ABC un triangle rectangle en A, dont les côtés a, b et c sont opposés aux angles respectifs A, B et C. Soit R le rayon du cercle circonscrit. Alors

  $a = R$ ☐ $a = \sqrt{2}R$ ☐ $a = 2R$ ☐

- Dans l'intervalle $0 < x < \pi$, l'équation $\cos^2 x + \frac{1}{4}\sin^2 2x = 0$ admet exactement

  0 solution ☐ 1 solution ☐ 2 solutions ☐

- L'expression $\cos(a+b)\cos(a-b) - \sin(a+b)\sin(a-b)$ est identiquement égale à

  $\cos\frac{a}{2}$ ☐ $\cos a$ ☐ $\cos 2a$ ☐

- Dans un triangle ABC non dégénéré (les trois sommets ne sont pas alignés), si $\cos A - \sin A = \sin B - \cos B$, alors

  C < 60° ☐ C = 60° ☐ C > 60° ☐

- $\dfrac{\sin\frac{4\pi}{10}}{\sin\frac{3\pi}{10}}$ est égal à

  $\sqrt{2}\sin\frac{2\pi}{10}$ ☐ $2\sin\frac{2\pi}{10}$ ☐ $\sqrt{2}\tan\frac{2\pi}{10}$ ☐ $2\tan\frac{2\pi}{10}$

---

3. On considère que la terre est une sphère de rayon r. En deux points séparés d'une distance d à vol d'oiseau (donc mesurée le long de la surface de la terre), on souhaite ériger deux tours verticales (elles sont donc perpendiculaires à la surface de la terre) de même hauteur h.

1/ Dans un premier cas, les deux tours sont conçues pour qu'il soit tout juste possible de voir le pied de l'une à partir du sommet de l'autre. Exprimez h en fonction de r et d. Calculez h à un mètre près pour les données suivantes: r = 6371 km et d = 50 km.

2/ Dans un second cas, h est spécifié et l'emplacement des deux tours est choisi pour qu'il soit tout juste possible de voir le sommet de l'une à partir du sommet de l'autre. Exprimez d en fonction de r et h. Calculez d à un mètre près pour les données suivantes: r = 6371 km et h = 100 m.

Pour chacun de ces deux cas, faites un croquis de la situation et indiquez-y les quantités r, d et h ainsi que les variables intermédiaires que vous utiliserez dans vos calculs.

- -

Septembre 2016.

---

1. Résolvez l'équation suivante en précisant les conditions d'existence :

$$\frac{\tan x - \sin x}{\tan x + \sin x} = 2 - 2\cos x$$

Représentez sur le cercle trigonométrique les solutions appartenant à l'intervalle [-π, π[

- -

2. Cochez chaque fois l'unique affirmation vraie parmi les trois possibilités.

Réponse juste = 1 point ; autre réponse = 0.

- Un triangle ABC est rectangle quand ses angles vérifient la relation suivante :

  $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 2$ ☐

  $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 2$ ☐

  $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$ ☐

- Dans l'intervalle $0 < x < \pi$, l'équation $\sin\left(x - \frac{\pi}{7}\right) = \sin x - \sin\frac{\pi}{7}$ admet exactement

  0 solution ☐ 1 solution ☐ 2 solutions ☐ 3 solutions ☐

- L'expression $\frac{\tan^2 32° \ \sin^2 32°}{\cot 58° + \cos 58°}$ est égale à

  $\sin 32° + \cos 58°$ ☐ $\tan 32° - \cos 58°$ ☐ $\tan 58° + \sin 32°$ ☐

- Dans un triangle ABC non dégénéré (les trois sommets ne sont pas alignés), si

  $\frac{1}{2 \sin A} = \left(\frac{\sin B + \sin C}{\cos C + \cos B}\right)^{-1}$, alors

  A = 60°☐ A = 45° ☐ A = 30° ☐ A est indéterminé ☐

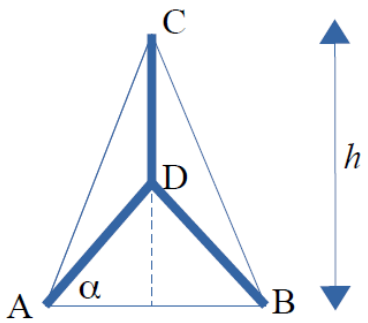
- On considère la hauteur AH d'un triangle ABC rectangle en A.

  La quantité BH.HC – AH² est

  strictement positive☐ strictement négative ☐ égale à zéro ☐

---

3. On considère trois villes A, B et C. On suppose que la distance AC entre A et C est égale à la distance BC entre B et C. On désire concevoir un réseau routier qui relie ces 3 villes.



Il est possible de montrer que, sous certaines conditions, la meilleure solution consiste à définir un point D sur la hauteur issue de C et de créer 3 routes AD, BD et CD. Pour simplifier les calculs, on suppose que la longueur AB = 2 km.

- Calculez la longueur totale *d* du réseau routier en fonction de l'angle BAD appelé α et de *h* la hauteur du triangle issue de C.
- Calculez la position du point D (c'est-à-dire la valeur de α) qui minimise la longueur totale du réseau.
- Calculez la longueur *d* pour *h=8 km* à un mètre près.
- Faites un dessin à l'échelle du réseau optimal dans le cas où *h* = 200m. Est-ce la solution optimale ? Si non, quelle est le meilleur réseau dans ce cas et pourquoi la formule développée plus haut pour calculer *d* est-elle inadaptée dans ce cas ?