Juillet 2002, série 1

1. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé *OXYZ*, on considère les éléments suivants :

- deux points *A = (a, 2, 2) et B = (2, a-3),*
- la droite $p \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = a \end{cases}$
- le plan $\alpha \equiv x + 3y - 2az + 10 = 0$

Où *a* est un paramètre réel.

On vous demande :
- de donner les valeurs de *a* telles que les droites *p* et *AB* soient parallèles,
- de donner une équation pour le plan β parallèle au plan α et passant par B,
- de donner les valeurs de *a* telles que la droite *AB* soit parallèle au plan α .

---

1. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé *OXY*, on considère les éléments suivants :

- une parabole $P \equiv 4y - x^2 = 0$
- le point *A = (0, 1)*
- une droite mobile *d* passant par le point *A* et coupant la parabole *P* en un point mobile *B*.

On vous demande :
- de dessiner les différents éléments du problème,
- de donner une équation du lieu des points *L* tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BL}$,
- de dessiner ce lieu.

Juillet 2002, série 2

1. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé *OXYZ*, on considère les éléments suivants :

- les droites $p \equiv \begin{cases} x = 2 + s \\ y = 5 \\ z = 9 + s \end{cases}$ $\quad q \equiv \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$
- Une sphère *S* de rayon *r = 9* et de centre *A = (a, b, c)*

On vous demande de déterminer les coordonnées *(a, b, c)* du centre de la sphère afin de satisfaire les deux conditions ci-dessous.
- le centre *A* de la sphère appartient à la droite *p* ;
- la sphère est tangente à la droite *q* : en d'autres mots, on peut définir *B* comme l'unique intersection entre *S* et *q*, et on peut observer que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est perpendiculaire à la droite *q*.

---

2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé *OXY*, on considère les éléments suivants :

- un point mobile *A* qui se déplace sur un cercle *C* de centre (1, 0) et de rayon $r = \frac{1}{2}$,

- un second point mobile B situé sur la droite OA et tel que le produit scalaire $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 3$.

On vous demande :
- de dessiner le cercle C,
- de donner une équation décrivant la courbe D construite par le mouvement du point B,
- de donner la nature de cette courbe et de la dessiner de manière approximative.

Septembre 2002

1. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $OXYZ$, on considère les éléments suivants :
- les droites $p \equiv \begin{cases} -2x-2 = y+3 \\ y+3 = -4+2z \end{cases}$ et $q \equiv \begin{cases} x+1 = -2y-6 \\ y+3 = 2-z \end{cases}$,
- le plan $\alpha \equiv 7x + y - 7z = 0$.

On vous demande de déterminer le(s) point(s) P de la droite p et Q de la droite q tels que :
- le segment de droite PQ soit de longueur $3\sqrt{2}$,
- et le segment de droite soit parallèle au plan α

---

2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé OXY, on considère une conique centrée en (2, 4), dont les axes de symétrie sont parallèles aux axes du repère, tangente à la droite $y = 1$ au point (2, 1), et passant par le point $(2 + \sqrt{20} / 3{,}6)$.

On vous demande :
- de donner une équation de cette conique,
- de préciser de quel type de conique il s'agit.