

Examen de Géométrie

Juillet 2011

Nom :

Prénom :

Numéro :

Question 3 (25%) : Géométrie analytique

Dans le système de coordonnées cartésien XY , on considère une parabole \mathcal{A} d'axe Y passant par le point $(x, y) = (0, -b)$ avec $b > 0$ et une autre parabole \mathcal{B} , qui est l'image de \mathcal{A} par une symétrie orthogonale d'axe X . Les paraboles se coupent. La distance entre les deux points d'intersection est de 2 unités. La surface du domaine d'intersection (le domaine en forme d'œil entre les paraboles) est de $4/3$ d'unités carrées. Donnez les équations cartésiennes des deux paraboles.

Examen de Géométrie

Juillet 2011

Nom :

Prénom :

Numéro :

Question 4 (25%) : Géométrie analytique

Une planche est posée sur une roue de rayon r et a une extrémité en contact avec le sol. Entre les points de contact de la roue et de la planche avec le sol, il y a une distance d . Quelle est la pente de la droite formée par la planche ?

NB : si vous utilisez une “formule toute faite” concernant les droites tangentes aux cercles, fournissez sa preuve à partir des équations cartésiennes de la droite et du cercle.

Question 3 (25%) : Géométrie analytique

On suppose un système de coordonnées cartésiennes XY . Une corde de longueur $4L$ est attachée entre deux points fixes situés en $(x, y) = (-L, 0)$ et $(x, y) = (L, 0)$. Une petite¹ poulie mobile est placée contre la corde, et tend celle-ci au maximum. On fait rouler la poulie le long de la corde, toujours tendue au maximum. Donnez l'équation cartésienne du lieu des points milieu entre le point $(x, y) = (0, 0)$ et le centre de la poulie.

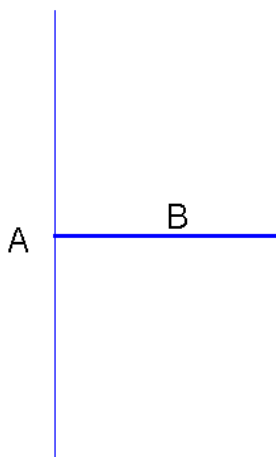
¹On néglige le rayon de la poulie, si bien que le centre de la poulie est infiniment proche de la corde et que cette dernière ne présente pas de segment courbe autour de la poulie.

Question 4 (25%) : Géométrie analytique

Une échelle A de longueur L est disposée parallèlement à un mur. À mi-hauteur, une échelle B de longueur $L/2$ est connectée perpendiculairement à l'échelle A (voir dessin). On fait glisser l'échelle A le long du mur (l'extrémité en contact avec le mur descend, l'autre glisse au sol en s'écartant du mur).

Quel est le lieu géométrique de l'extrémité de l'échelle B (extrémité non en contact avec l'échelle A) ?

Exprimez vos résultats dans un système de coordonnées cartésien XY , où X et Y correspondent au sol et au mur, respectivement.



Géométrie analytique : Septembre 2011

Question 1 : (25%)

Soit le plan P d'équation cartésienne $2x + 2y + 4z = e$. Soit la droite D passant par le point p de coordonnées $(x,y,z)=(1,1,1)$ et parallèle au vecteur $v=(0,4,3)$. Soit q le point de percée de D dans P . Trouvez e pour que la distance entre p et q soit égale à 5.

Géométrie analytique : Septembre 2011

Question 2 : (25 %)

L'on cherche l'équation cartésienne du lieu des sommets des paraboles d'axe parallèle à X, passant par $(x,y)=(0,1)$ et tangentes à la droite d'équation $y=-x$.

Ce lieu ne correspond pas nécessairement à une figure géométrique connue.

Le résultat peut se donner sous la forme $\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 y^2 + \alpha_5 xy = 0$.

Donnez les valeurs des six constantes α_i (sous forme d'une petite table).

NB1: il est clair que toutes ces valeurs peuvent être multipliées par un facteur commun.

NB2: tous les points du lieu satisfont cette équation cartésienne mais tous les points satisfaisant cette équation n'appartiennent pas nécessairement à ce lieu.